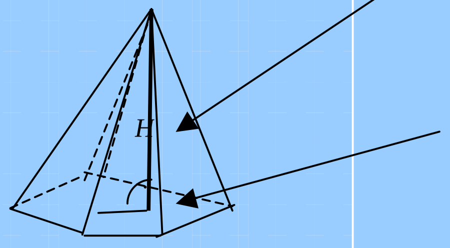
11. 2. OSTROSŁUPY

Ostrosłupy



ściana boczna - trójkąt

podstawa ostrosłupa - dowolny wielokąt

Wysokość ostrosłupa H – odcinek łączący wierzchołek ostrosłupa z płaszczyzną podstawy, prostopadły do podstawy

Czworościan - ostrosłup trójkątny (podstawą tego ostrosłupa jest trójkąt).

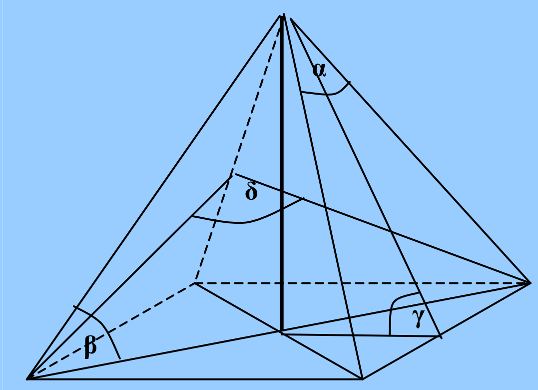
Ostrosłup prawidłowy – ostrosłup, którego podstawą jest wielokąt foremny, a ściany boczne są przystającymi trójkątami równoramiennymi.

Wzory na pole powierzchni całkowitej i objętość ostrosłupa:

$$P_c = P_p + P_b \qquad V = \frac{1}{3} P_p \cdot H$$

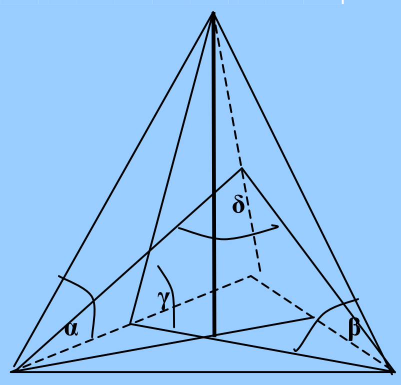
Kąty w ostrosłupie

Ostrosłup prawidłowy czworokątny



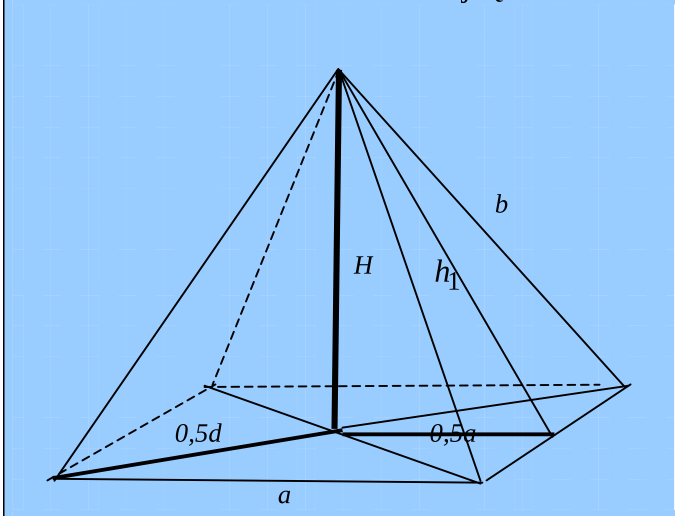
α – kąt płaski przy wierzchołku
β – kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy
γ – kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy
δ – kąt miedzy sąsiednimi ścianami bocznymi

Ostrosłup prawidłowy trójkątny



α – kąt między krawędzią boczną, a krawędzią podstawy
β – kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy
γ – kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy
δ – kąt miedzy sąsiednimi ścianami bocznymi

Ostrosłup prawidłowy czworokątny – ostrosłup, którego podstawą jest kwadrat, a ściany boczne są trójkątami równoramiennymi.



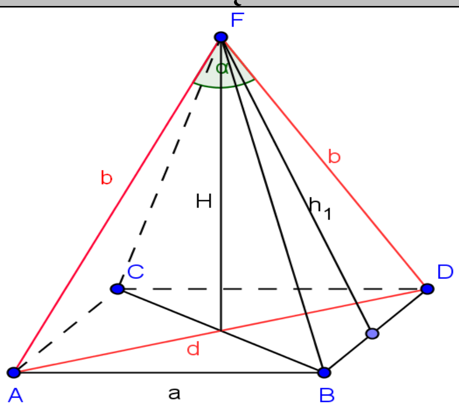
a – krawędź podstawy
b - krawędź boczna
h_1 - wysokość ściany bocznej
H – wysokość ostrosłupa
d – przekątna podstawy $d = a\sqrt{2}$

Wzór na pole powierzchni całkowitej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego:

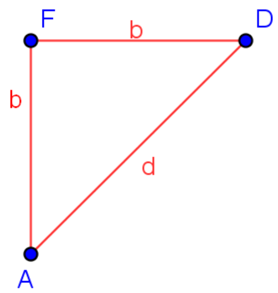
$$P_c = a^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} a \cdot h_1$$

Wzór na objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego: $V = \frac{1}{3} a^2 \cdot H$

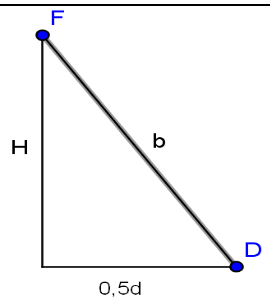
Przykład 11.2.1. Przekrój ostrosłupa prawidłowego czworokątnego utworzony przez płaszczyznę przechodzącą przez dwie krawędzie boczne i przekątna podstawy jest trójkątem prostokątnym o polu 18 cm^2. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość ostrosłupa.

Rozwiązanie	Komentarz
 **Dane:** $P = 18cm^2$, $\alpha = 90°$ **Szukane:** $P_c = ?$, $V = ?$ **Wzory:** $P_c = a^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} a \cdot h_1$ $V = \frac{1}{3} a^2 \cdot H$ $d = a\sqrt{2}$ $P = b^2$	Analiza zadania. Przy obliczaniu objętości ostrosłupa wykorzystujemy wzór $V = \frac{1}{3} P_p \cdot H$. Ponieważ podstawą ostrosłupa jest kwadrat, to $P_p = a^2$, zatem $V = \frac{1}{3} a^2 \cdot H$. Pisząc wzór na pole powierzchni całkowitej ostrosłupa wykorzystujemy wzór $P_c = P_p + P_b$. Ponieważ $P_p = a^2$ oraz powierzchnię boczną tworzą cztery trójkąty równoramienne o podstawie a i wysokości h_1, zatem $P_c = a^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} a \cdot h_1$

<table>
<tr>
<td></td>
<td>W obliczeniach wykorzystujemy również wzór na przekątną kwadratu $d = a\sqrt{2}$.

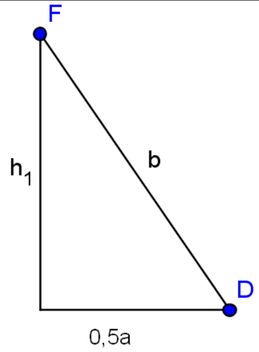
Przekrojem ostrosłupa jest trójkąt prostokątny ADF o przyprostokątnych b.
Zatem pole tego trójkąta $P = b^2$</td>
</tr>
<tr>
<td>$P = b^2$
$18 = b^2$
$b = \sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$</td>
<td>Obliczamy b</td>
</tr>
<tr>
<td>

$b^2 + b^2 = d^2$
$(\sqrt{18})^2 + (\sqrt{18})^2 = (a\sqrt{2})^2$
$18 + 18 = 2a^2$
$2a^2 = 36 / : 2$
$a^2 = 18$
$a = 3\sqrt{2}$</td>
<td>Korzystając z twierdzenie Pitagorasa obliczamy długość podstawy ostrosłupa.

Wykorzystujemy wzór $d = a\sqrt{2}$</td>
</tr>
<tr>
<td>

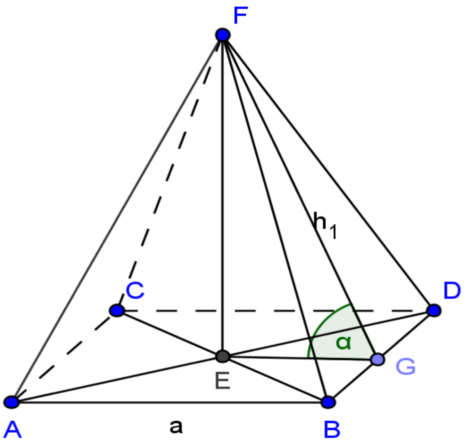
$H^2 + (0{,}5d)^2 = b^2$
$H^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = (\sqrt{18})^2$</td>
<td>Korzystając z twierdzenie Pitagorasa obliczamy wysokość ostrosłupa.

Wykorzystujemy wzór $d = a\sqrt{2}$</td>
</tr>
</table>

$H^2 + \frac{2a^2}{4} = 18$ $H^2 + \frac{2 \cdot 18}{4} = 18$ $H^2 = 18 - 9$ $H = 3$	
 $h_1^2 + (0{,}5a)^2 = b^2$ $h_1^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{18}\right)^2$ $h_1^2 + \frac{18}{4} = 18$ $h_1^2 = \frac{72}{4} - \frac{18}{4}$ $h_1^2 = \frac{54}{4}$ $h_1 = \frac{\sqrt{54}}{2} = \frac{\sqrt{9 \cdot 6}}{2} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$	Korzystając z twierdzenie Pitagorasa obliczamy wysokość ściany bocznej ostrosłupa.
$P_c = a^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} a \cdot h_1 = 18 + 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{3\sqrt{6}}{2} =$ $= 18 + 9\sqrt{12} = 18 + 9\sqrt{4 \cdot 3} = 18 + 18\sqrt{3} cm^2$ $V = \frac{1}{3} a^2 \cdot H = \frac{1}{3} \cdot 18 \cdot 3 = 18 cm^3$	Obliczamy V i P_c

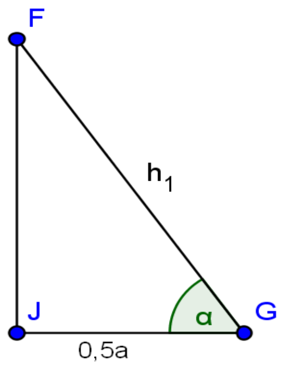
Przykład 11.2.2. Dach wieży ma kształt powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego, którego krawędź podstawy ma długość 3,6 m. Ściana boczna tego ostrosłupa jest nachylona do podstawy pod kątem $70°$. Ile sztuk dachówek należy kupić, aby pokryć ten dach , wiedząc ,że do pokrycia 1 m^2 potrzebne są 22 dachówki.

.

<table>
<tr><th>Rozwiązanie</th><th>Komentarz</th></tr>
<tr><td>


Dane: **Szukane:**
$a = 3{,}6m$ x – ilość dachówek
$\alpha = 70°$
$1m^2 - 22$ dachówki

Wzory: $P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} a \cdot h_1$
</td><td>
Analiza zadania.

Powierzchnię boczną tworzą cztery trójkąty równoramienne o podstawie a i wysokości h_1 ,zatem $P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} a \cdot h_1$
</td></tr>
<tr><td>


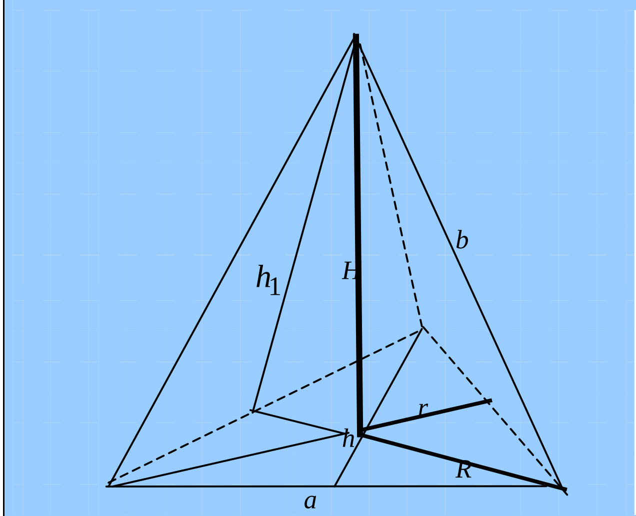
$\cos\alpha = \frac{0{,}5a}{h_1}$
$\cos 70° = \frac{1{,}8}{h_1}$
$0{,}3420 = \frac{1{,}8}{h_1}$
$h_1 = \frac{1{,}8}{0{,}3420} \approx 5{,}26$
</td><td>
Obliczamy wysokość ściany bocznej h_1

Wykorzystujemy definicję kosinusa:
$cos\alpha = \frac{przyprostokatna\_przy\_\alpha}{przeciwprostokatna}$

Z zawierających przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych odczytujemy wartość $\cos 70°$
</td></tr>
<tr><td>
$P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} a \cdot h_1 = 2 \cdot 3{,}6 \cdot 5{,}26 = 37{,}872m^2$
</td><td>
Obliczamy powierzchnię dachu.
</td></tr>
<tr><td>
$1m^2 - 22$ dachówki
$37{,}872m^2 - x$ dachówek

$x = 22 \cdot 37{,}872 = 833{,}184$
Odp. : Należy kupić 834 dachówek.
</td><td>
Obliczamy ilość dachówek potrzebnych na pokrycie dachu. W tym celu układamy proporcję.
</td></tr>
</table>

Ostrosłup prawidłowy trójkątny – ostrosłup, którego podstawą jest trójkąt równoboczny, a ściany boczne są trójkątami równoramiennymi.



a – krawędź podstawy

b - krawędź boczna

h_1 - wysokość ściany bocznej

H – wysokość ostrosłupa

h – wysokość podstawy $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

r – promień okręgu wpisanego w podstawę

$r = \frac{1}{3}h \qquad r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

R – promień okręgu opisanego na podstawie

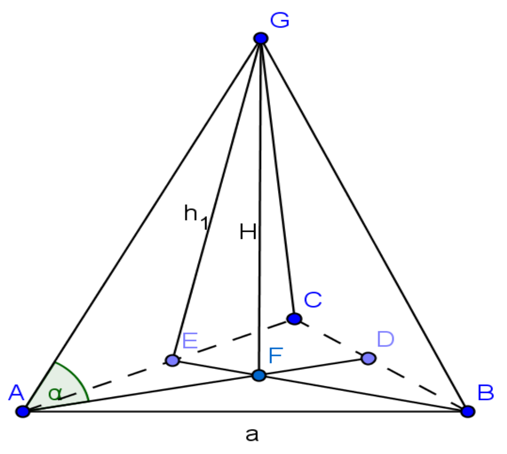
$R = \frac{2}{3}h \qquad R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

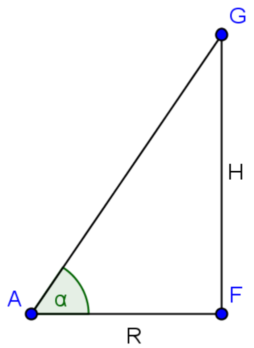
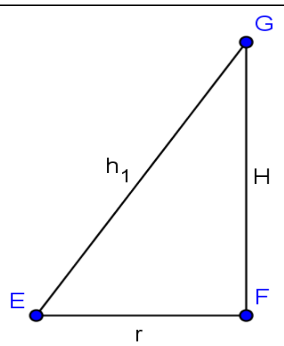
Wzór na pole powierzchni całkowitej ostrosłupa prawidłowego trójkątnego:

$$P_c = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{1}{2} a \cdot h_1$$

Wzór na objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego: $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot H$

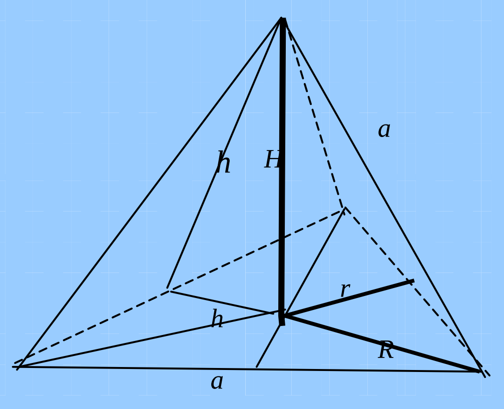
Przykład 11.2.3. W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź boczna tworzy z podstawą kąt $30°$. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa, jeśli krawędź podstawy wynosi 6.

Rozwiązanie	**Komentarz**
	Analiza zadania. Przy obliczaniu objętości ostrosłupa wykorzystujemy wzór $V = \frac{1}{3} P_p \cdot H$. Ponieważ podstawą ostrosłupa jest trójkąt równoboczny , to $P_p = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, zatem $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot H$. Pisząc wzór na pole powierzchni całkowitej ostrosłupa wykorzystujemy wzór $P_c = P_p + P_b$. Ponieważ

Dane: **Szukane:** **Wzory:** $a = 6$ $V = ?$ $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot H$ $\alpha = 30°$ $P_c = ?$ $P_c = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{1}{2} a \cdot h_1$ $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$	$P_p = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ oraz powierzchnię boczną tworzą trzy trójkąty równoramienne o podstawie a i wysokości h_1 ,zatem $P_c = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{1}{2} a \cdot h_1$. W obliczeniach wykorzystamy również wzory na promień okręgu wpisanego w podstawę: $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ oraz na promień okręgu opisanego na podstawie: $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $tg\alpha = \frac{H}{R}$ $tg30° = \frac{H}{\frac{a\sqrt{3}}{3}}$ $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{H}{\frac{6\sqrt{3}}{3}}$ $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{H}{2\sqrt{3}}$ $3H = 6 / :3$ $H = 2$	Obliczamy wysokość ostrosłupa H. Korzystamy z definicji tangensa: $tg\alpha = \frac{przyprostokatna\_naprzeciw\_\alpha}{przyprostokatna\_przy\_\alpha}$ Wykorzystujemy również wzór $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
	Obliczamy wysokość ściany bocznej ostrosłupa h_1. Korzystamy z twierdzenia Pitagorasa. Wykorzystujemy również wzór: $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

$h_1{}^2 = r^2 + H^2$ $h_1{}^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 + 2^2$ $h_1{}^2 = \left(\frac{6\sqrt{3}}{6}\right)^2 + 4$ $h_1{}^2 = 3 + 4$ $h_1 = \sqrt{7}$	
$V = \frac{1}{3}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot H = \frac{1}{3}\cdot\frac{6^2\sqrt{3}}{4}\cdot 2 = \frac{36\sqrt{3}}{12}\cdot 2 =$ $= 3\sqrt{3}\cdot 2 = 6\sqrt{3}$ $P_c = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3\cdot\frac{1}{2}a\cdot h_1 = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} + 3\cdot\frac{1}{2}\cdot 6\cdot\sqrt{7} =$ $= \frac{36\sqrt{3}}{4} + 3\cdot 3\sqrt{7} = 9\sqrt{3} + 9\sqrt{7}$	Obliczamy V i P_c

Czworościan foremny – ostrosłup, którego wszystkie ściany są trójkątami równobocznymi.



a – krawędź czworościanu

H – wysokość czworościanu $H = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

h – wysokość ściany $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

r – promień okręgu wpisanego w ścianę

$$r = \frac{1}{3}h \qquad r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

R – promień okręgu opisanego na ścianie

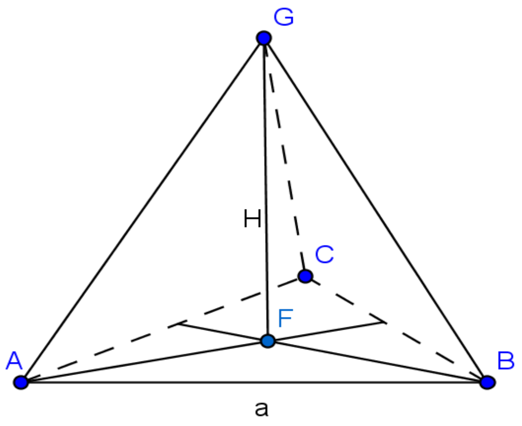
$$R = \frac{2}{3}h \qquad R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Wzór na pole powierzchni całkowitej czworościanu foremnego: $P_c = 4\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Wzór na objętość czworościanu foremnego: $V = \frac{1}{3}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot H$

<u>Przykład 11.2.4.</u> Pole powierzchni całkowitej czworościanu foremnego jest równe $36\sqrt{3}cm^2$. Oblicz objętość tego czworościanu.

<table>
<tr><th>Rozwiązanie</th><th>Komentarz</th></tr>
<tr><td>



Dane:

$P_c = 36\sqrt{3}cm^2$

Szukane:

$V = ?$

Wzory:

$P_c = 4 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ $\quad V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot H$

$H = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

</td><td>

Analiza zadania.

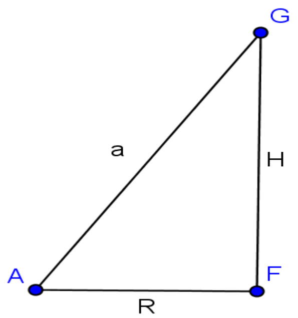
Przy obliczaniu objętości czworościanu wykorzystujemy wzór $V = \frac{1}{3} P_p \cdot H$. Ponieważ podstawą ostrosłupa jest trójkąt równoboczny, to $P_p = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, zatem $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot H$.

Powierzchnię całkowitą czworościanu foremnego stanowią cztery trójkąty równoboczne. Zatem

$P_c = 4 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Wykażemy, że wysokość czworościanu foremnego jest równa $H = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Korzystamy z twierdzenia Pitagorasa i wzoru na promień okręgu opisanego na podstawie: $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$



$H^2 + R^2 = a^2$

$H^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = a^2$

$H^2 = a^2 - \frac{3a^2}{9}$

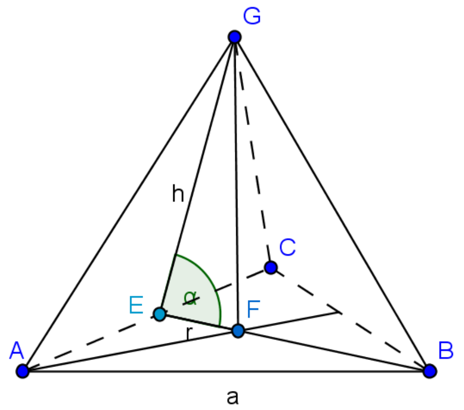
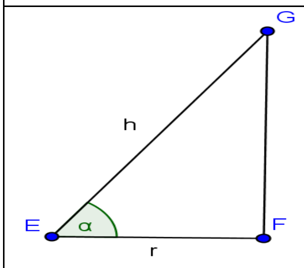
$H^2 = \frac{6a^2}{9}$

$H = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

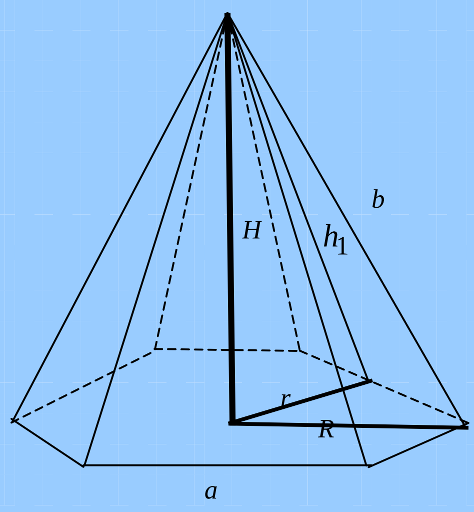
</td></tr>
</table>

$P_c = 4 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ $36\sqrt{3} = a^2\sqrt{3} / : \sqrt{3}$ $a^2 = 36$ $a = 6$	Wykorzystując wzór $P_c = 4 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, obliczamy długość krawędzi czworościanu a.
$H = \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{6\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{6}$	Obliczamy wysokość czworościanu foremnego wykorzystując wzór $H = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.
$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \frac{6^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2\sqrt{6} =$ $\frac{36\sqrt{3}}{12} \cdot 2\sqrt{6} = 3\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6} = 6\sqrt{18} =$ $= 6\sqrt{9 \cdot 2} = 18\sqrt{2}$	Obliczamy objętość czworościanu

<u>Przykład 11.2.5.</u> Oblicz cosinus kąta , jaki tworzą dwie ściany czworościanu foremnego

Rozwiązanie	**Komentarz**
 **Szukane :** **Wzory:** $\cos\alpha = ?$ $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$	Analiza zadania. W zadaniu wykorzystamy wzory na wysokość ściany czworościanu foremnego: $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ oraz promień okręgu wpisanego w ścianę : $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $\cos\alpha = \frac{r}{h} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{6}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{2}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$	Obliczamy $\cos\alpha$, korzystamy z definicji kosinusa: $cos\alpha = \frac{przyprostokatna\_przy\_\alpha}{przeciwprostokatna}$

Ostrosłup prawidłowy sześciokątny – ostrosłup, którego podstawą jest sześciokąt foremny, a ściany boczne są trójkątami równoramiennymi.



a – krawędź podstawy
b - krawędź boczna
h_1 - wysokość ściany bocznej
H – wysokość ostrosłupa
r – promień okręgu wpisanego w podstawę

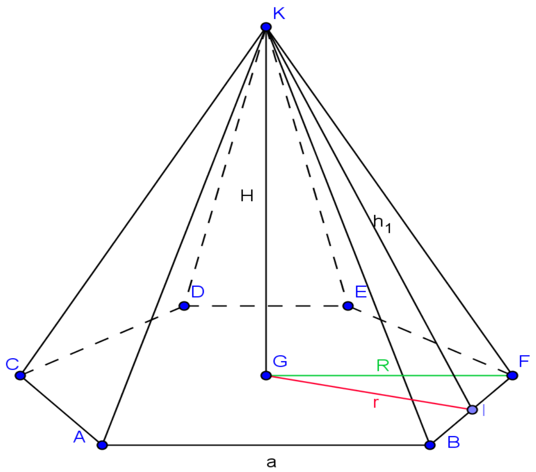
$$r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

R – promień okręgu opisanego na podstawie $R = a$

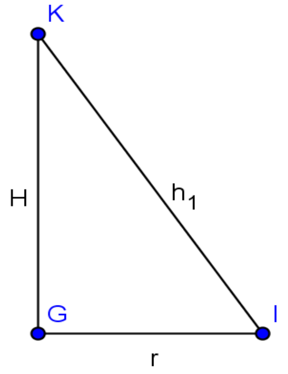
Wzór na pole powierzchni całkowitej ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego: $P_c = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 6 \cdot \frac{1}{2} a \cdot h_1$

Wzór na objętość ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego: $V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot H$

Przykład 11.2.6. Oblicz pole powierzchni i objętość ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego, w którym wysokość ściany bocznej wynosi 9, natomiast różnica między polem koła opisanego na podstawie tego ostrosłupa, a polem koła wpisanego w jego podstawę wynosi 8π .

Rozwiązanie	Komentarz
 **Dane :** $h_1 = 9$, $P_o - P_w = 8\pi$ **Szukane:** $P_c = ?$, $V = ?$ **Wzory:** $P_c = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 6 \cdot \frac{1}{2} a \cdot h_1$ $V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot H$ $P_o = \pi R^2$ $\quad P_w = \pi r^2$ $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $\quad R = a$	Analiza zadania. Przy obliczaniu objętości ostrosłupa wykorzystujemy wzór $V = \frac{1}{3} P_p \cdot H$. Ponieważ podstawą ostrosłupa jest sześciokąt foremny, to $P_p = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$, zatem $V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot H$. Pisząc wzór na pole powierzchni całkowitej ostrosłupa wykorzystujemy wzór $P_c = P_p + P_b$. Ponieważ $P_p = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$ oraz powierzchnię boczną tworzy sześć trójkątów równoramiennych o podstawie a i wysokości h_1 ,zatem $P_c = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 6 \cdot \frac{1}{2} a \cdot h_1$ W obliczeniach wykorzystamy również wzory na promień okręgu wpisanego w podstawę $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, promień okręgu opisanego na podstawie $R = a$ oraz wzór na pole koła $P = \pi r^2$

$P_o - P_w = 8\pi$ $\pi R^2 - \pi r^2 = 8\pi \,/ : \pi$ $a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 8$ $a^2 - \frac{3a^2}{4} = 8 \,/ \cdot 4$ $4a^2 - 3a^2 = 32$ $a^2 = 32$ $a = 4\sqrt{2}$	Obliczamy długość krawędzi podstawy *a*. Wykorzystujemy wzory : $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ i $R = a$

 $H^2 + r^2 = h_1^2$ $H^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 9^2$ $H^2 + \left(\frac{4\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 81$ $H^2 = 81 - \left(2\sqrt{6}\right)^2$ $H^2 = 81 - 24$ $H = \sqrt{57}$	Obliczamy wysokość ostrosłupa. Korzystamy z twierdzenia Pitagorasa. Wykorzystujemy wzór $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
$V = \frac{1}{3}\cdot 6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot H = \frac{1}{3}\cdot 6\cdot\frac{\left(4\sqrt{2}\right)^2\sqrt{3}}{4}\cdot\sqrt{57} =$ $= 2\cdot\frac{32\sqrt{3}}{4}\sqrt{57} = 16\sqrt{3}\cdot\sqrt{57} = 16\sqrt{9\cdot 19} = 48\sqrt{19}$ $P_c = 6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 6\cdot\frac{1}{2}a\cdot h_1 =$ $= 6\cdot\frac{\left(4\sqrt{2}\right)^2\sqrt{3}}{4} + 6\cdot\frac{1}{2}\cdot 4\sqrt{2}\cdot 9 =$ $= 6\cdot\frac{32\sqrt{3}}{4} + 3\cdot 36\sqrt{2} = 6\cdot 8\sqrt{3} + 108\sqrt{2} =$ $= 48\sqrt{3} + 108\sqrt{2}$	Obliczamy V i P_c

ĆWICZENIA

Ćwiczenie 11.2.1. (4pkt.) Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego wiedząc, że jego ściana boczna jest nachylona do podstawy pod kątem $45°$ i krawędź podstawy ma długość $10cm$.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie wysokości ostrosłupa.	1
2	Podanie wysokości ściany bocznej.	1
3	Podanie pola powierzchni całkowitej ostrosłupa.	1
4	Podanie objętości ostrosłupa.	1

Ćwiczenie 11.2.2. (5pkt.) W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź boczna długości $24cm$ jest nachylona do podstawy pod kątem $30°$. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość ostrosłupa.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie wysokości ostrosłupa.	1
2	Podanie wysokości ściany bocznej.	1
3	Podanie długości krawędzi podstawy.	1
4	Podanie pola powierzchni całkowitej ostrosłupa.	1
5	Podanie objętości ostrosłupa.	1

Ćwiczenie 11.2.3. (2pkt.) Oblicz objętość czworościanu foremnego, wiedząc, że jego wysokość wynosi $6\sqrt{6}$ cm .

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie długości krawędzi czworościanu.	1
2	Podanie objętości czworościanu.	1

Ćwiczenie 11.2.4. (5pkt.) Przekrojem ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego płaszczyzną przechodzącą przez najdłuższą przekątną podstawy i krawędzie boczne jest trójkątem prostokątnym o polu 36. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość tego ostrosłupa.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie długości krawędzi podstawy.	1
2	Podanie wysokości ostrosłupa.	1
3	Podanie wysokości ściany bocznej.	1
4	Podanie pola powierzchni całkowitej ostrosłupa.	1
5	Podanie objętości ostrosłupa.	1